Nº ORD. 6

Teoría de Lenguajes
Primer Parcial

Primer cuatrimestre de 2018
7 de mayo

Apagar los celulares.
Hacer cada ejercicio en hojas separadas.
Poner nombre, número de orden y número de página en cada ejercicio.
Justificar todas las respuestas.
El examen es a libro abierto.
Se aprueba con 65 puntos.

1. (25 pts) Sea

$$L_1 = \{\omega \mid \omega \in \{0,1\}^* \wedge |\omega| \text{ es par} \wedge \omega \text{ codifica un número en base 2 múltiplo de 3 sin ceros no significativos}\}$$

   Dar un autómata finito que reconozca L_1^C.

2. (25 pts) Sean

$$L_2 = \{a^i\omega \mid \omega \in \{b,c\}^* \wedge |\omega|_b - |\omega|_c \neq i\}$$

$$L_3 = \{\gamma \mid \gamma \in \{a,b,c\}^* \wedge |\gamma|_c \text{ es par}\}$$

   ¿Es $L_2 \cup L_3$ regular? Justifique.

3. (25 pts) Sea $L_4 = \{\omega a^n b^m \omega^r \mid \omega \in \{c,d\}^* \wedge m > n\}$

   a) Dar una gramática libre de contexto que genere L_4.
   b) Dar un autómata de pila determinístico que reconozca L_4.

4. (25 pts) Dar un traductor para la siguiente relación:

$$L_5 = \{(\omega\alpha, \gamma) \mid \omega \in \{a,b\}^* \wedge \alpha \in \{c\}^+ \wedge \gamma \in \{d\}^* \wedge |\omega|_a \neq |\omega|_b \wedge (|\gamma|_d = \text{mín}\{|\omega|_a, |\omega|_b\} \vee |\gamma|_d = |\alpha|_c)\}$$

1	2	3	4	T
25	2	22	25	74

A

25

1. $L_1 = \{ w \mid w \in \{0,1\}^* \land |w| \text{ ES PAR} \land w \text{ CODIFICA UN NUMERO EN BASE 2 MÚLTIPLO DE 3 SIN CEROS NO SIG.} \}$

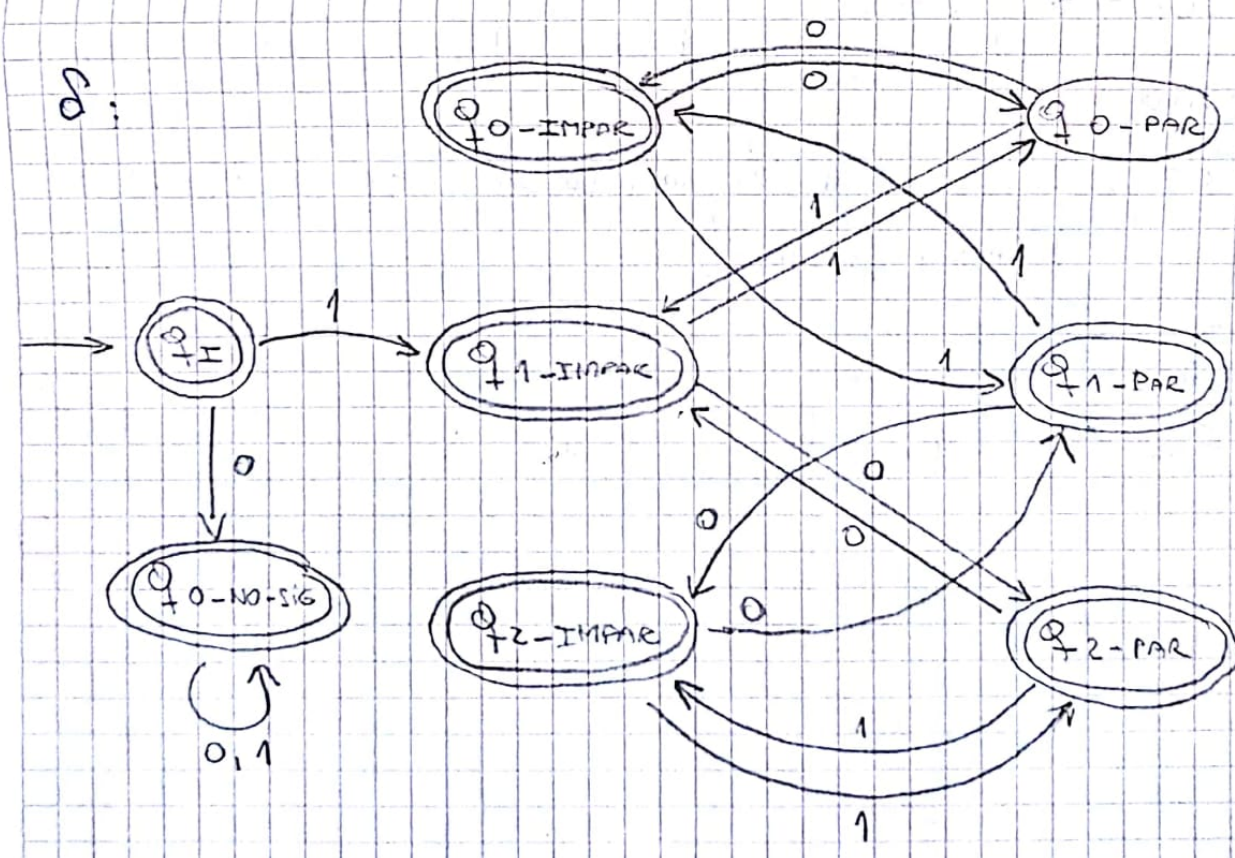
PARA HACER EL AUTÓMATA, USAMOS LAS SIGUIENTES PROPIEDADES DE $\equiv (3)$:

$\alpha \equiv 0 (3) \longrightarrow \alpha.0 \equiv 0 (3)$
$ \longrightarrow \alpha.1 \equiv 1 (3)$

$\alpha \equiv 1 (3) \longrightarrow \alpha.0 \equiv 2 (3)$
$ \longrightarrow \alpha.1 \equiv 0 (3)$

$\alpha \equiv 2 (3) \longrightarrow \alpha.0 \equiv 1 (3)$
$ \longrightarrow \alpha.1 \equiv 2 (3)$

δ:



NOTA

LA IDEA DEL AUTÓMATA ES IR SABIENDO SEGÚN EL ESTADO ACTUAL, LA PARIDAD DE LA LONGITUD DE LA CADENA HASTA EL MOMENTO LEÍDA, Y TAMBIÉN LA CONGRUENCIA MÓDULO 3 DE LA MISMA.

POR EJEMPLO, EL ESTADO $q_{0\text{-IMPAR}}$ SIGNIFICA:

$q_{0\text{-IMPAR}}$ = "LO LEÍDO HASTA EL MOMENTO ES CONGRUENTE A 0 MOD. 3 Y SU LONGITUD ES IMPAR."

POR OTRO LADO, $q_{0\text{-NO-SIG}}$ ES EL ESTADO AL QUE VAN A PARAR TODAS LAS CADENAS CON ~~CERO~~ CEROS NO SIGNIFICATIVOS:

$$A_{L_1^c} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_I, F \rangle$$

DONDE:

$$Q = \{ q_I, q_{0\text{-NO-SIG}}, q_{0\text{-PAR}}, q_{0\text{-IMPAR}}, q_{1\text{-PAR}}, q_{1\text{-IMPAR}}, q_{2\text{-PAR}}, q_{2\text{-IMPAR}} \}$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$F = Q - \{ q_{0\text{-PAR}} \}$$

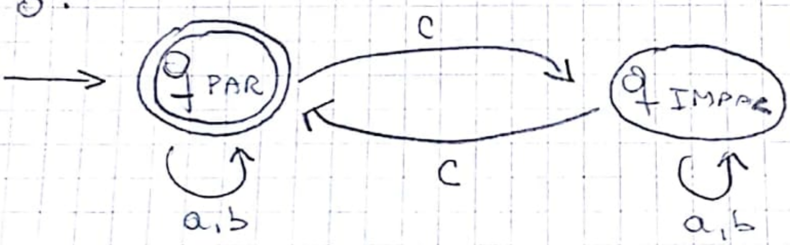
② $L_2 = \{a^i w \mid w \in \{b,c\}^* \wedge |w|_b - |w|_c \neq i\}$

$L_3 = \{\gamma \mid \gamma \in \{a,b,c\}^* \wedge |\gamma|_c \text{ ES PAR}\}$

PRIMERO VEAMOS SI L_2 Y L_3 SON REGULARES O NO:

L_3 CLARAMENTE ES REGULAR. LO DEMUESTRO DANDO UN AUTÓMATA DETERMINISTICO, QUE RECONOCE SUS CADENAS

δ:



$A_{L_3} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_{PAR}, F \rangle$ DONDE

$Q = \{q_{PAR}, q_{IMPAR}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$ $\qquad F = \{q_{PAR}\}$

POR OTRO LADO, L_2 PARECE NO SER REGULAR. LO DEMOSTRAMOS MEDIANTE EL LEMA DE PUMPING.

NOTA

③ $L_4 = \{ w a^n b^m w^r \mid w \in \{c, d\}^* \wedge m > n \}$

A) PRODUCCIONES:

$S \rightarrow P$ Ojo! no hace falta, P podría ser el inicial

$P \rightarrow cPc \mid dPd \mid Q$

$Q \rightarrow aQb \mid Qb \mid b$

$G_{L_4} = \{ N, T, \text{PRODUCCIONES}, S \}$

DONDE:

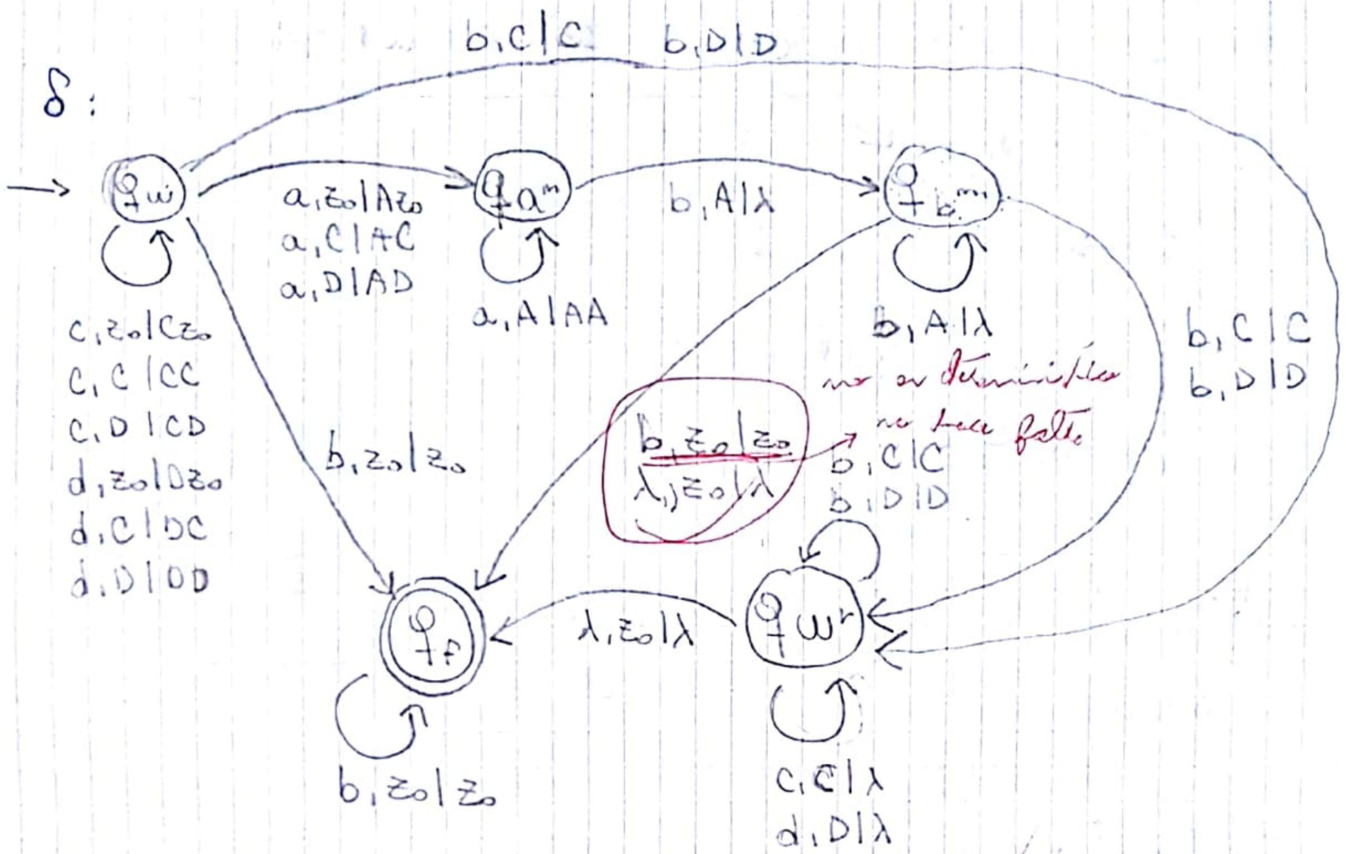
$N = \{ P, Q, S \}$ es parte del conjunto de símbolos no terminales!

$T = \{ a, b, c, d \}$

PRODUCCIONES SON LAS DADAS ARRIBA.

B) PASOS QUE SIGUE EL AUTÓMATA DE PILA PROPUESTO:

- LEEMOS w Y LO METEMOS EN LA PILA, DEJANDO APILADO w^r.
- LEEMOS a^n Y GUARDAMOS TODAS SUS REPETICIONES EN LA PILA.
- LEEMOS b^m Y VAMOS DESAPILANDO LAS A's PARA VER SI $m > n$.
- POR ÚLTIMO, VERIFICAMOS SI w^r ES EFECTIVAMENTE LA ÚLTIMA PARTE DE LA CADENA, USANDO LO APILADO EN EL PRIMER PASO.



$A_{L_4} = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_w, Z_0, F \rangle$

DONDE:

$Q = \{q_w, q_{a^m}, q_{b^m}, q_{w^r}, q_f\}$

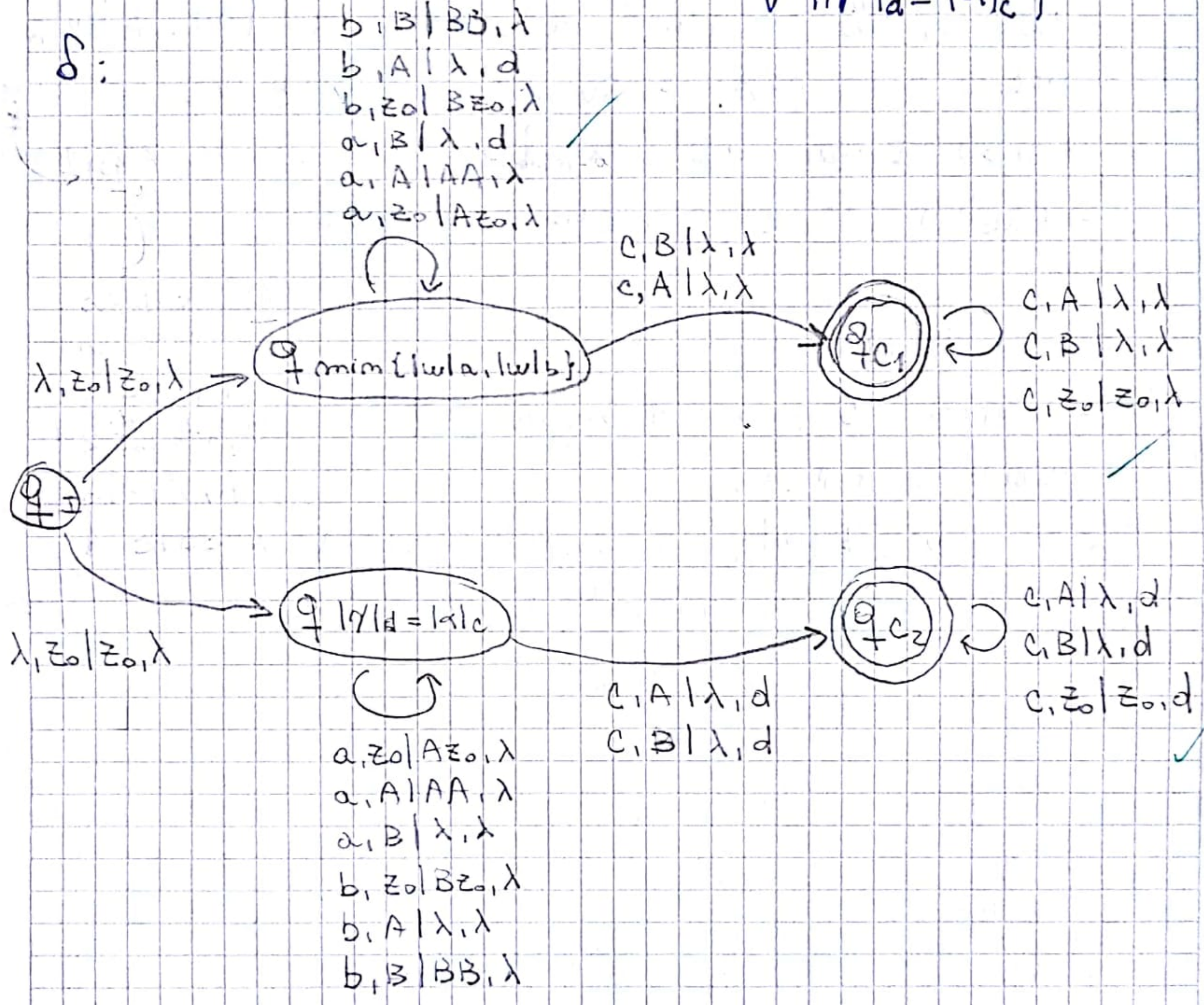
$\Sigma = \{a, b, c, d\}$

$F = \{q_f\}$

$\Gamma = \{A, B, C, D, Z_0\}$

④ $L_5 = \{(\omega\alpha, \gamma) \mid \omega \in \{a,b\}^* \wedge \alpha \in \{c\}^+ \wedge \gamma \in \{d\}^*$
$\wedge\ |\omega|_a \neq |\omega|_b \wedge (|\gamma|_d = \min\{|\omega|_a, |\omega|_b\}$
$\vee\ |\gamma|_d = |\alpha|_c)$

δ:



$A_{L_5} = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta; q_I, Z_0, F \rangle$

DONDE

$Q = \{q_I, q_{\min\{|w|_a, |w|_b\}}, q_{fc_1}, q_{|\gamma|_d = |\alpha|_c}, q_{fc_2}\}$

$\Sigma = \{a, b, c, d\}$

$\Gamma = \{A, B, Z_0\}$

$F = \{q_{fc_1}, q_{fc_2}\}$

ACEPTA POR ESTADO FINAL.

NOTA (SIGUE ATRÁS)

DIVIDIMOS EL TRADUCTOR EN 2 PARTES. CÓMO VA A TRADUCIR LO SELECCIONA NO DETERMINÍSTICAMENTE A TRAVÉS DE LA PRIMERA TRANSICIÓN. EXPLICAMOS CADA PARTE:

$\min\{|w|_a, |w|_b\}$:

- LEEMOS w Y VAMOS CALCULANDO SI $|w|_a \neq |w|_b$, MEDIANTE LA PILA. A SU VEZ, POR CADA PAR DE a, b LEÍDO, IMPRIMIMOS UNA d. (IMPRIMIMOS ASÍ EL MÍNIMO)
- LEEMOS LAS c, SIN IMPRIMIR NADA

$|\gamma|_d = |\alpha|_c$:

- LEEMOS w Y VAMOS CALCULANDO SI $|w|_a \neq |w|_b$, MEDIANTE LA PILA.
- SI $|w|_a \neq |w|_b$, SEGUIMOS CON LAS c DE α, E IMPRIMIMOS UNA d POR CADA c.